# ریشه‌یابی خطاها و تخمین عدم قطعیت در اندازه‌گیری

# Errors & Estimation of Uncertainty in Measurement

**(E.U.M)**

محمد کریم معروفی

## فهرست مطالب

1. مقدمه: بررسی جایگاه فرایند اندازه‌گیری و عدم قطعیت دراستاندارد ISO/IEC 17025
2. بررسی تعاریف و اصطلاحات اولیه اندازه‌گیری
3. بررسی اصطلاحات و تعاریف آماری
4. بررسی منحنی نرمال و سطوح اطمینان و ضرایب همپوشانی
5. محاسبه عدم قطعیت نوع A و نوع B
6. محاسبه عدم قطعیت ترکیبی
7. محاسبه عدم قطعیت گسترش یافته

## فهرست مطالب

8. نحوه گزارش‌دهی عدم قطعیت
9. مثال‌های کاربردی در:
   الف- کالیبراسیون
   ب- آزمون و تست
10. معرفی منابع و مراجع



# ISO/ IEC 17025

## General Requirements for the Competence of Testing and Calibration Laboratories

## الزامات عمومی برای احراز صلاحیت آزمایشگاه‌های آزمون و کالیبراسیون

۵-۶-۲-۱ کالیبراسیون

# ISO/ IEC 17025

بخش ۱ - هدف ودامنه کاربرد

بخش ۲ - مراجع الزامی

بخش ۳- اصطلاحات وتعاریف

**بخش ۴ - الزامات مدیریتی**

۴-۱- سازماندهی

۴-۲- سیستم کیفیت

۴-۳- کنترل مدارک

۴-۴- بازنگری درخواست‌ها، پیشنهادها و قراردادها

۴-۵- واگذاری آزمون و یاکالیبراسیون به پیمانکار فرعی

۴-۶- خرید خدمات و ملزومات

۴-۷- ارائه خدمات به مشتری

۴-۸- شکایات

۴-۹- کنترل کار نامنطبق آزمون و یا کالیبراسیون

۴-۱۰ -بهبود

۴-۱۱- اقدام اصلاحی

۴-۱۲- اقدام پیشگیرانه

۴-۱۳- کنترل سوابق

۴-۱۴- ممیزی های داخلی

۴-۱۵- بازنگری مدیریت

**بخش ۵- الزامات فنی**

۵-۱- کلیات

۵-۲- کارکنان

۵-۳- جایگاه و شرایط محیطی

۵-۴- روش‌های آزمون و کالیبراسیون و صحه‌گذاری روش‌ها

۵-۵- تجهیزات

۵-۶- قابلیت ردیابی اندازه‌گیری

۵-۷- نمونه برداری

۵-۸- جابجایی اقلام مورد آزمون کالیبراسیون

۵-۹- تضمین کیفیت نتایج آزمون و کالیبراسیون

۵-۱۰- گزارش دهی نتایج

Slide No.5/ 261

# ISO 10012-2003

## Measurement Management Systems

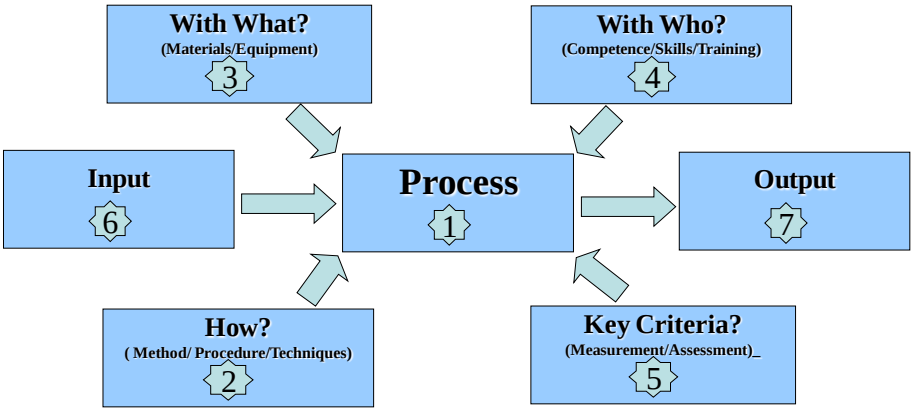
## Requirements for Measurement Processes and Measuring Equipment

## سیستم مدیریت اندازه‌گیری

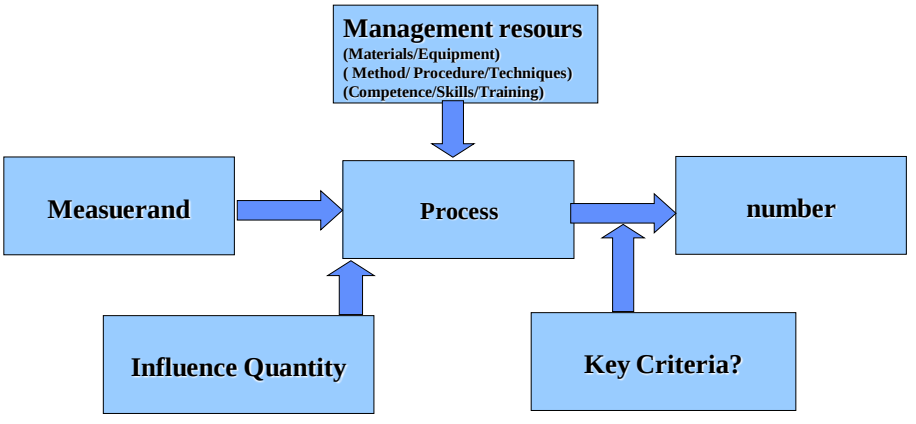
## الزامات فرایندهای اندازه‌گیری و وسایل اندازه‌گیری

Slide No.6/ 261

## نمودار لاک پشتی Turtle Diagram




## فرایند اندازه گیری



# ISO/TS 16949:2002

## Measurement System Analysis

**M.S.A**

**تجزيه و تحليل سيستم‌هاي اندازه‌گيري**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | Repeatability | تكرارپذيري | .1 |
| 2. | Reproducibility | تجديد پذيري | .2 |
| 3. | Gage R&R | سنجش تكرارو تجديد پذيري | .3 |
| 4. | Linearity | خطي بودن | .4 |
| 5. | Stability | پايداري | .5 |



# International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology

(V.I.M)

**by: BIPM,IEC-IFCC- ISO - IUPAC - IUPAP-OIML**

**واژه ها و اصطلاحات پايه و عمومي اندازه شناسي**

**استاندارد ملي شماره 4723**

**موسسه استاندارد و تحقيقات صنعتي ايران**

**Guide to the Expression of**

**uncertainty in measurement**

**By: BIPM, IEC, IFCC, ISO, IOPAC, OMML**

(G.U.M)

**راهنما براي بيان عدم قطعيت در اندازه‌گيري**

# ISO 5725

**Accuracy (Trueness and Precision)**

**Of**

**Measurement Methods and Results**

**Part 1 to Part 6**

# ISO 3534-1

**Statistic – Vocabulary and Symbols**

**Part 1: Probability and General Statistical Term**



# تعاریف و اصلاحات عمومی اندازه‌شناسی

## General Metrological Terms

# QUANTITY کمیت

خصیصه ذاتی یک پدیده، جسم یا ماده که بتوان بطور کیفی تشخیص داد و بطورکمی تعیین کرد.

مانند: طول، زمان، جرم، دما، مقاومت الکتریکی و مقدار غلظت ماده



# MEASURAND اندازه ده

کمیت ویژه‌ای که اندازه‌گیری می‌شود

## یکا UNIT

کمیتی ویژه که بطور قراردادی تعریف و پذیرفته می‌شود و بزرگی سایر کمیت‌های همجنس را می‌توان در مقایسه با آن بیان کرد.

مانند: متر، کیلوگرم، نیوتن، اهم



## کمیت پایه BASE QUANTITY

کمیتی از یک دستگاه کمیت‌ها که بنا به قرارداد عملاً مستقل از بقیه کمیت‌ها پذیرفته می‌شود.

کمیت‌های طول، جرم و زمان در رشته مکانیک عموماً کمیت‌های پایه محسوب می‌شوند.

## کمیت فرعی DRIVED QUANTITY

کمیتی از یک دستگاه کمیت‌ها که به صورت تابعی از کمیت‌های پایه‌ای آن دستگاه تعریف می‌شود.

مانند: حجم – شتاب – نیرو – فشار



## بعد یک کمیت DIMENTION OF QUANTITY

عبارتی که کمیتی از یک دستگاه کمیت‌ها را، به صورت ضرب تمامی عواملی که نماینده کمیت‌های پایه آن دستگاه می‌باشد بیان می‌کند.

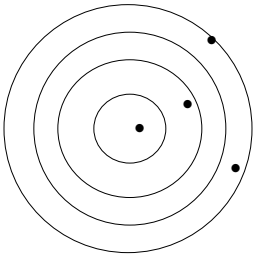
در دستگاهی که با کمیت‌های پایه‌ای طول (L)، جرم (M)، زمان (T) مشخص می‌شود، بعد نیرو به صورت $MLT^{-2}$ است.

# Measurement اندازه گیری

مجموعه عملیات به منظور تعیین مقدار یک کمیت

Slide No.21/ 261

# TRUE VALUE مقدار واقعی



| | |
|---|---|
| Conventional True Value | مقدار واقعی قراردادی |
| Assigned Value | مقدار نسبت داده شده |
| Nominal Value | مقدار اسمی |
| Mean Value | مقدار متوسط |
| Reference Value | مقدار مرجع |

Slide No.22/ 261

## اصل پذیرش خطا

**اندازه‌گیری هرگز نمی‌تواند آزاد از خطا باشد و یا به عبارت دیگر اندازه‌گیری‌ها همواره با خطا همراه هستند.**



## انواع خطا

| | | |
|---|---|---|
| Absolute Error | $e_a = M - T$ | خطای مطلق |
| Relative Error | $e_r = \frac{M-T}{T}$ | خطای نسبی |
| Relative Error | $\% e_r = \frac{M-T}{T} \times 100$ | درصد خطای نسبی |

# مثال

**اگر وزنه‌ای به مقدار 10 کیلوگرم علامت‌گذاری شده اما مقدار اندازه گرفته شده 9.96 کیلوگرم باشد خطای مطلق، خطای نسبی و درصد خطای نسبی چقدراست.**

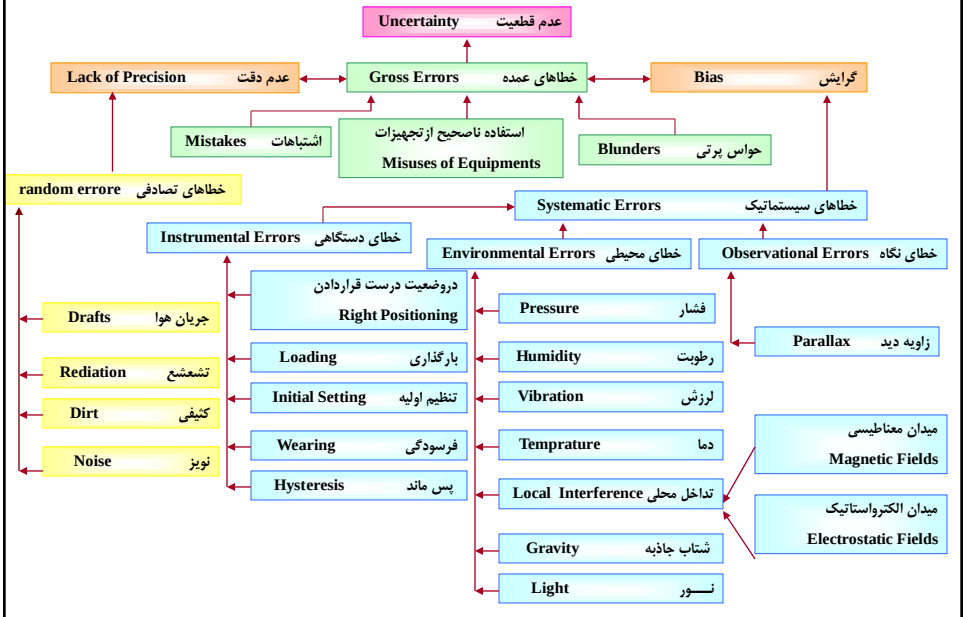
$$e_a = M-T = 9.96 - 10 = -0.04 \quad \text{کیلوگرم}$$

$$e_r = \frac{M-T}{T} = \frac{-0.04}{10} = -0.004 \quad \text{(واحد ندارد)}$$

$$e_r\,(\%) = -0.4\ \%$$

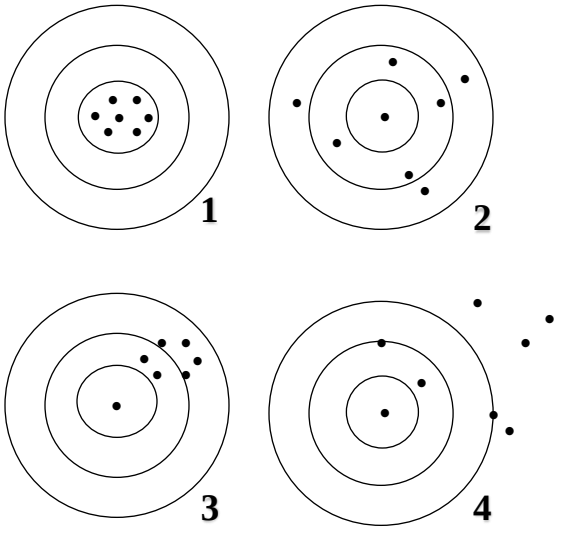
Slide No.25/ 261

# تقسیم‌بندی خطاهای اندازه‌گیری




Slide No.26/ 261

## نمایش گرافیکی دقت، درستی و گرایش




**Precision :دقت**

**Accuracy :درستی**

**Bias :گرایش**

Slide No.27/ 261

## TOLERANCE روا داری

+

**True Value**

—

Slide No.28/ 261

# تکرارپذیری Repeatability

**میزان نزدیکی توافقی نتایج یک فرآیند اندازه‌گیری در شرایط یکسان**



# تکرارپذیری REPEADABILITY

**شرایط تکرارپذیری:**

**همان روند آزمایش**

**همان آزمایشگر**

**همان دستگاه اندازه‌گیری**

**همان شرایط محیطی و همان محل**

**تکرار در فاصله زمانی کوتاه**

# REPRODUCIBILITY تجدیدپذیری

**میزان نزدیکی توافقی نتایج یک فرآیند اندازه‌گیری در شرایط غیریکسان**



# REPRODUCIBILITY تجدیدپذیری

**شرایط تغییریافته ممکن است شامل موارد زیر باشد:**

**اصول اندازه‌گیری**

**روش اندازه‌گیری**

**آزمایش کننده**

**دستگاه اندازه‌گیری**

**محل**

**شرایط بکارگیری**

**زمان**

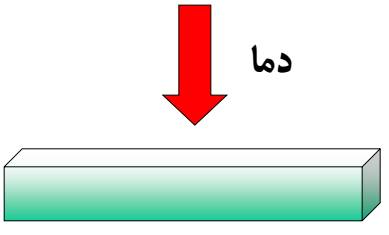
## REFERENCE CONDITION شرایط مرجع

| | |
|---|---|
| Temperature | دما |
| Humidity | رطوبت |
| Pressure | فشار |
| Light | نور |
| Vibration | ارتعاش |
| Gravity | شتاب جاذبه |

Slide No.33/ 261

## Influence Quantity کمیت‌های تأثیرگذار

کمیتی غیر از کمیت اندازه که در نتیجه‌ی اندازه‌گیری اثر دارد




Slide No.34/ 261

# Loading & Transparency

**شفافیت :** توانایی دستگاه اندازه گیر در تغییرندادن اندازه ده

**بارگزاری :** تاثیر دستگاه اندازه گیر در اندازه ده



# عدم قطعیت اندازه گیری

## Uncertainty of Measurement

پارامتری مربوط به نتیجه اندازه‌گیری که پراکندگی مقادیری را مشخص می‌کند که می‌توان بطور منطقی به اندازه ده نسبت داد.

## منابع عدم قطعیت
## Uncertainty Sources

عدم قطعیت نتایج ممکن است از منابع زیادی ناشی گردد ، به عنوان مثال :

تکرار پذیری ، نمونه برداری ، شرایط محیطی، تجهیزات اندازه گیری ، استاندارد مرجع، تفکیک پذیری در تجهیزات اندازه گیری ، وغیره

## نکته مهم

واژه عدم قطعیت اندازه گیری به معنای شک در باره اعتبار یک اندازه گیری نمی باشد ، بلکه به معنای افزایش اطمینان در اعتبار نتایج اندازه گیری می باشد.

## تعاریف مختلف کالیبراسیون

- عبارت است از مقایسه یک دستگاه اندازه‌گیری با یک استاندارد مرجع و تعیین میزان خطای آن و درصورت نیاز تنظیم دستگاه.
- مقایسه یک دستگاه و یا یک استاندارد با دقت معلوم با دستگاه و یا استاندارد دقیق و درست‌تر بمنظور محاسبه خطای دستگاه و یا حذف این خطا توسط تنظیمات مورد نیاز.
- عبارت است از اطمینان حاصل شده از درجه تطابق مقادیر اندازه‌گیری شده یک دستگاه نسبت به مقادیر استاندارد مشابه بطوریکه عمل کالیبراسیون در شرایط محیطی کنترل شده در محدوده کاری دستگاه انجام گرفته و از رواداری مورد نظر در نتایج بدست آمده در آن محدوده برخوردار باشد.
- عبارت است از مقایسه وسیله اندازه‌گیری با یک معیار و یا معیارهایی جهت حصول اطمینان از شرایط عملکرد درست آن.

## تعریف کالیبراسیون بر اساس استاندارد ملی شماره ۴۷۲۳

مجموعه عملیاتی که، تحت شرایط مشخص میان نشاندهی یک دستگاه یا سیستم اندازه‌گیری، با مقدار یک سنجه مادی یا ماده مرجع، و مقدار متناظر آن که از استانداردهای اندازه‌گیری حاصل می‌شود رابطه‌ای برقرار می‌کند.

- سنجه مادی (Material Measure)

وسیله‌ای که، همواره در زمان بکارگیری آن، یک یا چند مقدار معلوم از کمیتی معین را ایجاد یا ارائه می‌کند مانند: یک وزنه، پیمانه حجم، مقاومت الکتریکی استاندارد، بلوک سنجه.

- ماده مرجع (Reference Material)

ماده و یا جسمی که مقادیر یک یا چند خصوصیت آن به اندازه کافی همگن و تثبیت شده است تا برای کالیبراسیون یک دستگاه، ارزیابی یک روش اندازه‌گیری یا تعیین مقدار برای مواد به کار رود.

ماده مرجع ممکن است به شکل گاز، مایع، جامد، خالص و یا مخلوط باشد.

**C.R.M**

## هرم دقت و درستی کالیبراسیون

## قابلیت ردیابی Traceability

قابلیت ارتباط دادن مقدار یک استاندارد و یا نتیجه یک اندازه‌گیری با مرجع‌های ملی و یا بین‌المللی از طریق زنجیره پیوسته مقایسه‌ها که همگی عدم قطعیتی معین دارند.

زنجیره ناگسسته مقایسه‌ها را زنجیره ردیابی گویند.

# مفهوم اصطلاحات و واژه‌های آماری

# Basic Statistical Terms & Concepts



# جامعه آماری Statistical Population

**تمامی اعضاء یک جامعه که بعلت داشتن حداقل یک وضعیت مشترک مدنظر قرار گرفته‌اند**

## Sample نمونه

قسمتی از کل یک جامعه که گویای ویژگی کامل جامعه باشد

یک و یا چند نمونه که از کل جامعه با هدف داشتن کلیه اطلاعات جامعه گرفته شده است



## Probability احتمال

یک عدد حقیقی بین صفر و یک که احتمال پیشامد یک عضو از جامعه را بطور تصادفی بیان می‌کند.

$$0 \leq P_r \leq 1$$

مثال:

یک سکه سالم را ۳ مرتبه پرتاب می کنیم،فضای جامعه آماری آنرا بدست آورید:

$S=\{TTT,TTH,THT,HTT,THH,HTH,HHT,HHH\}$

اگر A پیشامد آمدن فقط شیر باشد:

$A=\{THT,TTH,HTT\}$

و چون احتمال هر حالت در فضای نمونه $\frac{1}{8}$ است بنابراین:

$$P(A)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(s)}=\frac{3}{8}$$

$$0\le P(A)\le 1$$



**شاخصهای آماری**

**۱-شاخصهای مرکزی(مکانی)**

**۲- شاخصهای پراکندگی**

## متوسط حسابی یا میانگین Arithmatic Mean , Average

مجموع مقادیر بخش بر تعداد مقادیر

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

یادآوری:

اصطلاح میانگین (Mean) در مورد کل جامعه است و اصطلاح متوسط (Average) در مورد یک سری داده‌هاست که از نمونه بدست آمده است



## Median میانه

اندازه متوسط یک دسته از مقادیر است

اگر n مقدار را بطور نزولی و صعودی مرتب کنیم، میانه این مقادیر اگر n فرد باشد برابر خواهد شد با $\left[(n+1)/2\right]^{th}$

اگر n زوج باشد برابر است با متوسط مقدار $(n/2)^{th}$ و مقدار $\left[(n/2)+1\right]^{th}$

## مد (نما) Mode

در یک دسته از مقادیر مد برابر با مقداری است که بیشترین فراوانی را دارد.



## دامنه تغییرات Range

دامنه تغییرات برابر است با اختلاف مقدار ماگزیمم و مینیمم در یک دسته از مقادیر

## گشتاورها

گشتاورها در آمار نحوه توزیع داده ها را حول نقطه معین بیان میکنند.

۱- گشتاور مرتبه K ام حول میانگین یا گشتاور مرکزی مرتبه Kام:

$$\mu_K = \frac{1}{N}\sum_i f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^k$$

۲-گشتاور مرتبه K ام حول نقطه a :

$$\mu'_{k,a} = \frac{1}{N}\sum_i f_i \left(x_i - a\right)^k$$

۳-گشتاور مرتبه kام حول صفر:

$$\mu'_k = \frac{1}{N}\sum_I f_i x_i^k$$

Slide No.53/ 261

## واریانس Variance

**معیاری برای پراکندگی است که از جمع مربعات انحرافات مشاهدات از میانگین بخش بر تعداد ارقام منهای یک بدست می‌آید.**

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

Slide No.54/ 261

## انحراف معیار استاندارد Standard Deviation

ریشه دوم مثبت واریانس

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}}$$



## درجه آزادی Deqree of Freedom

در حالت کلی عبارت است از تعداد جملات در یک مجموع منهای تعداد قیدهای موجود در جملات آن مجموع

## کواریانس Covariance

همبستگی دو متغیر تصادفی، معیاری از وابستگی متقابل آن دو متغیر است.

$$Cov(x,y) = S_{xy} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)$$

n برابر است با شمارش جفت ملاحظات

Slide No.57 / 261

## ضریب همبستگی Correlation Coefficient

نسبت کواریانس مشخصه دو متغییر به حاصلضرب انحراف معیار استاندارد هر یک از آنها

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(Y_i - \bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}}$$

Slide No.58 / 261

## Correlation همبستگی

**رابطه میان دو یا چند متغیر تصادفی در توزیعی از دو و یا چند متغیر تصادفی**



## کارگروهی

**همبستگی وضریب همبستگی قد و وزن یک نمونه از آدم ها را با مشخصات زیر تعیین نمایید:**

| وزن =X | قد =Y | $x_i - \bar{x}$ | $y_i - \bar{y}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(y_i - \bar{y})^2$ | $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 69 | 135 | -1.4 | -31 | 1.96 | 961 | 43.4 |
| 72 | 187 | 1.6 | 21 | 2.56 | 441 | 33.6 |
| 67 | 140 | -3.4 | -26 | 11.56 | 676 | 88.4 |
| 74 | 198 | 3.6 | 32 | 12.96 | 1024 | 115.2 |
| 70 | 170 | -0.4 | 4 | 0.16 | 16 | -1.6 |
| $\bar{x} = 70.4$ | $\bar{y} = 166$ | S=0 | S=0 | S=29.2 | S=3118 | S=279 |

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2}{5-1}} = 2.70$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(y_i - \bar{y})^2}{5-1}} = 27.91$$



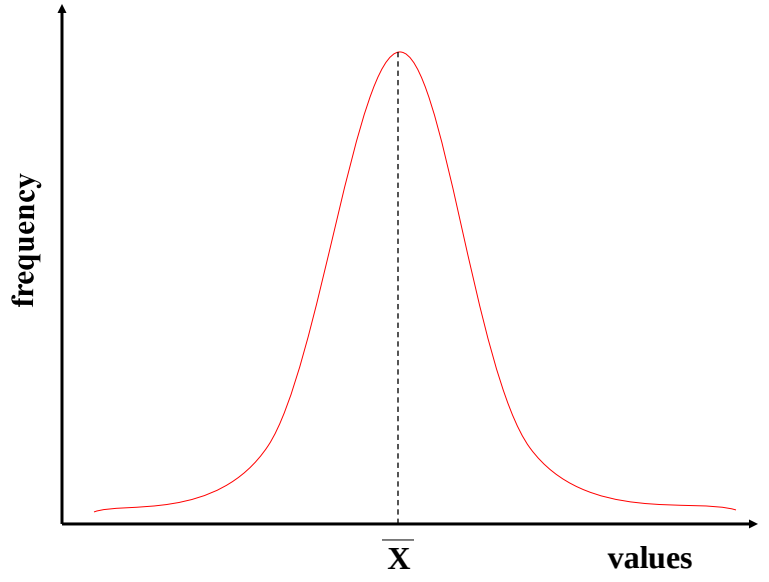
$$S_{xy} = \frac{1}{5-1}\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{4} \times 279 = 69.75$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{69.75}{2.7 \times 27.91} = \frac{69.75}{75.357} == +.92$$

# بررسی منحنی نرمال، سطوح اطمینان و ضرایب همپوشانی



# Normal Curve



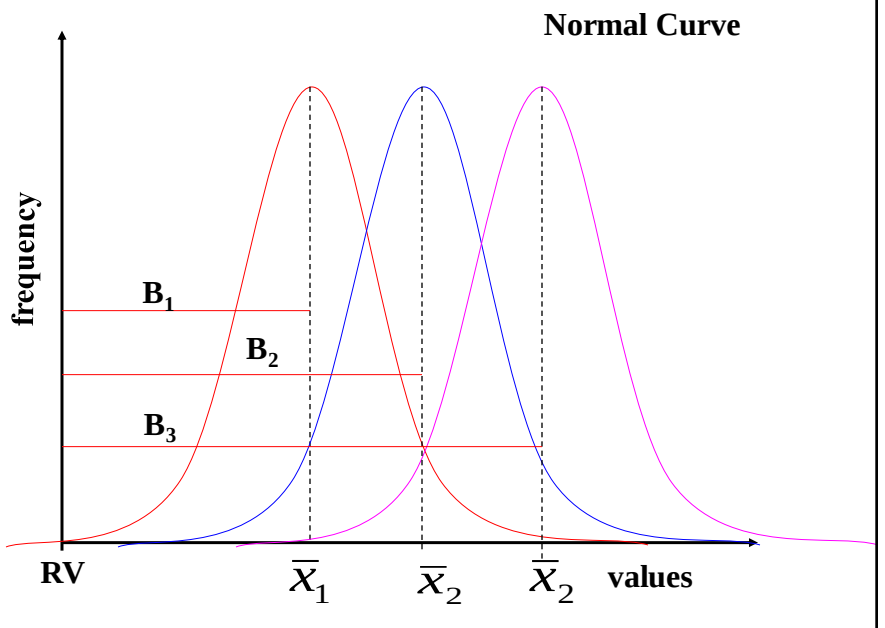
## توزیع نرمال، توزیع لاپلاس – گوس

**Normal-Loplace- Gauss Distribution:**

$$F(x)=\frac{1}{S\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{X-\bar{X}}{S}\right)^2}$$

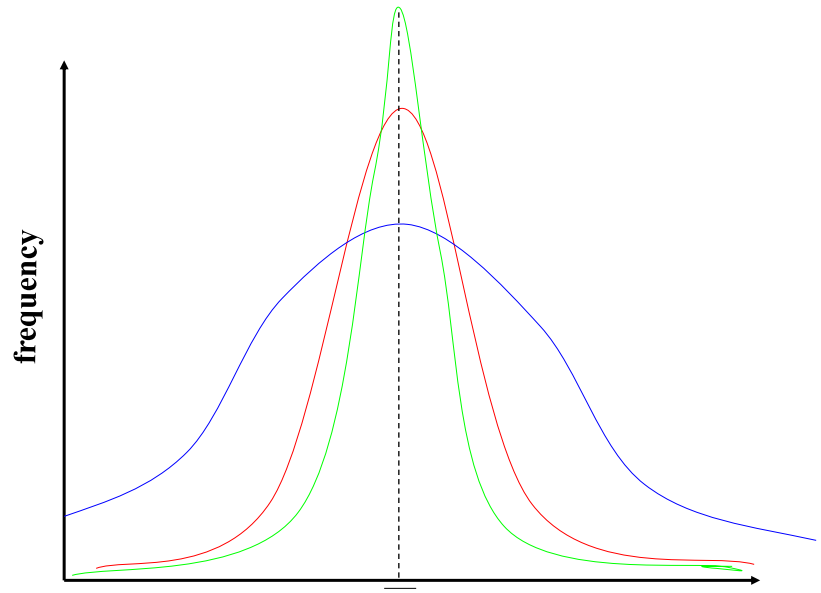
$$-\infty\langle x\langle+\infty$$

Slide No.65/ 261



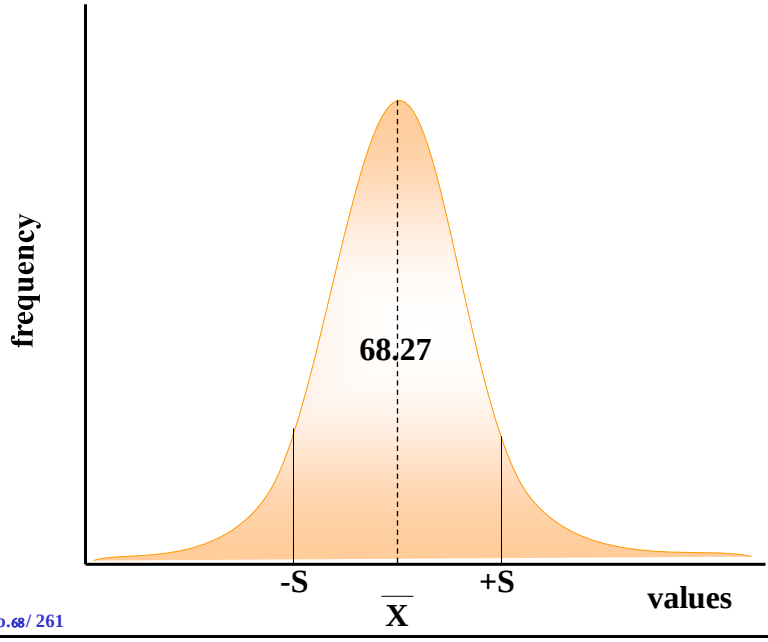

Slide No.66/ 261

# Normal Curve




Slide No.67/ 261

# Normal Curve




Slide No.68/ 261

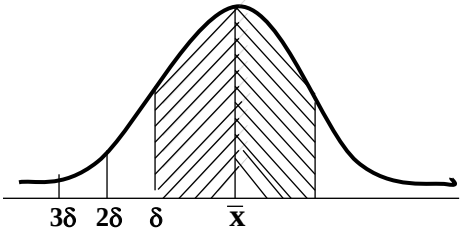
## فاصله پوششی آماری Statistical Coverage Interval

یک فاصله که برای آن باید یک سطح اطمینان که حداقل بخش مشخصی از جامعه را در بر می‌گیرد بیان شود.

Slide No.69/ 261

## ضرایب انحراف معیار استاندارد

| ضرایب انحراف معیار استاندارد | درصد اطمینان |
|---|---|
| ± 1 | 68.3 |
| ± 2 | 95.4 |
| ± 3 | 99.7 |
| ± 1.65 | 90.0 |
| ± 1.96 | 95.0 |
| ± 2.58 | 99.0 |




Slide No.70/ 261

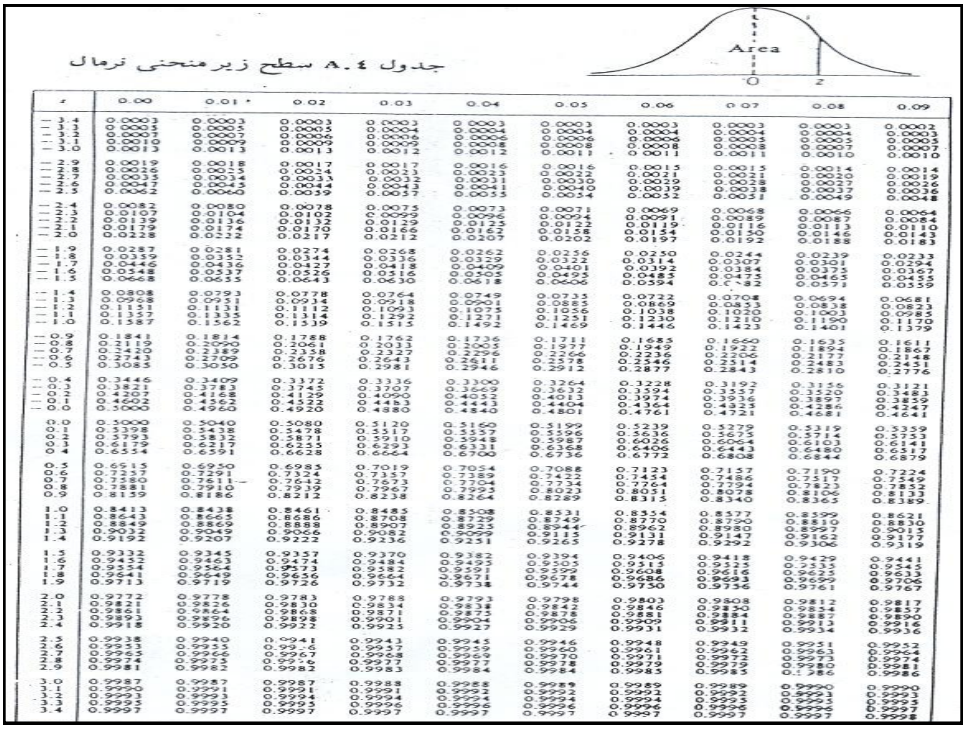
## مقیاس Z

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$



## تمرین

- احتمال z کوچک تر از 1.74 را با استفاده از جدول محاسبه نمایید .
- در توزیع نرمالی با مشخصات $\bar{x} = 50$ و $S = 10$ ، احتمال اینکه نتایج بین مقادیر 45 تا ۶۲ باشند را بدست آورید.
- سطح اطمینان فاصله $-1 \leq Z \leq +1$ را ازطریق جدول حساب کنید.
- سطح زیر منحنی برای $x_1 = \bar{x} - 2S$ و $x_2 = \bar{x} + 2S$ را از روی جدول حساب کنید.




# مـــثال

**مقاومتی را ۱۰ بار اندازه‌گیری نموده‌ایم و مقادیر زیر بدست آمده است.**

| | |
|---|---|
| **X1 = 100.1 Ω** | **X2 = 100.2 Ω** |
| **X3 = 100.1 Ω** | **X4 = 100.3 Ω** |
| **X5 = 100.1 Ω** | **X6 = 100.1 Ω** |
| **X7 = 100.2 Ω** | **X8 = 100.1 Ω** |
| **X9 = 100.1 Ω** | **X10 = 100.3 Ω** |

**مطلوبست :**

**۱- مقدار متوسط مقاومت**

**۲- فاصله احتمال ۹۵ درصد را حول مقدار متوسط بدست آمده**

# مـــثال ۱

| i | Xi (Ω) | Xi - $\bar{X}$ | (Xi - $\bar{X}$) $^2$ | محاسبات |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 100.1 | -0.06 | 0.0036 | $\bar{X} = \frac{1001.6}{10} = 100.16$ |
| 2 | 100.2 | + 0.04 | 0.0016 | |
| 3 | 100.1 | - 0.06 | 0.0036 | $S = \sqrt{\frac{0.0640}{9}} = \pm 0.084$ |
| 4 | 100.3 | +0.14 | 0.0196 | |
| 5 | 100.1 | -0.06 | 0.0036 | |
| 6 | 100.1 | -0.06 | 0.0036 | ± 1.96×0.084=±0.165 |
| 7 | 100.2 | + 0.04 | 0.0016 | 100.16 ± 0.165 |
| 8 | 100.1 | -0.06 | 0.0036 | 99.985 ⟷ 100.326 |
| 9 | 100.1 | -0.06 | 0.0036 | |
| 10 | 100.3 | +0.14 | 0.0196 | |
| Sum | 1,001.6 | 0 | 0.0640 | |



# مثال ۲

در یک آزمایش توزین با پنج بار آزمایش نتایج زیر حاصل شده است .

| NO. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Xi | 54.5 gr | 54.3 gr | 54.5 gr | 54.4 gr | 54.5 gr |

با 68.3 درصد اطمینان محدوده ای را مشخص نمایید که نتایج اندازه گیری ها در آن محدوده باشد.

$$\bar{x} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{54.5+54.3+54.5+54.4+54.5}{5} = 54.44$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{5-1}\sum_{i=1}^{5} xi-54.44)^2} = 0.089 \approx 0.09$$

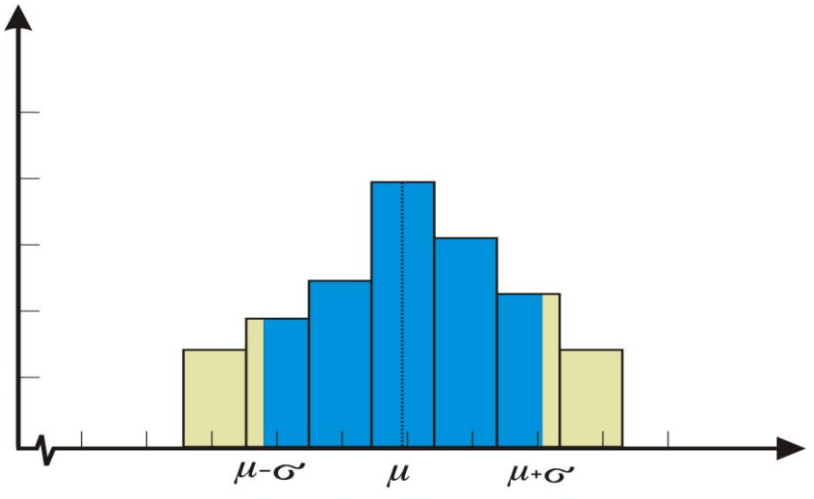
$$\Rightarrow x = \bar{x} \pm s(\ prob.68.3\%)$$
$$\Rightarrow x = 54.44 \pm 0.09$$

توجه : برای تبدیل این احتمال به سطح اطمینان ۹۵٪ چه باید کرد؟

# محاسبه عدم قطعیت به روش A

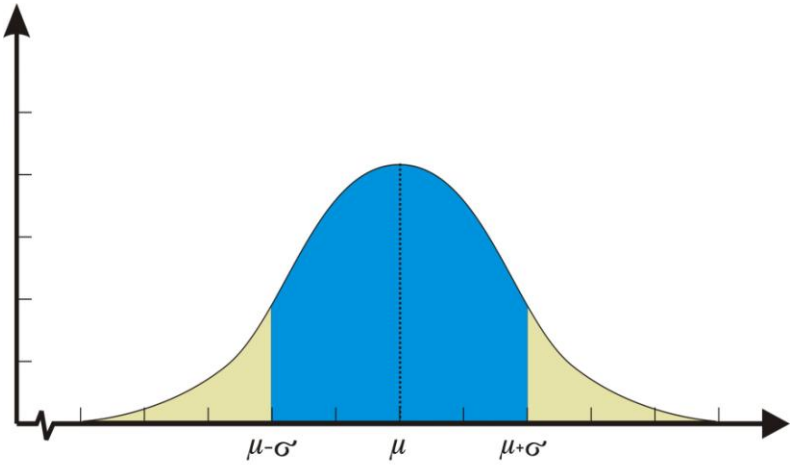
روشی است که بر اساس آنالیز آماری یک سری داده‌های بدست آمده از یک فرآیند اندازه‌گیری حاصل می‌شود.

## Histogram distribution توزیع هیستوگرام




HISTOGRAM DISTRIBUTION

## normal distribution توریع نرمال




NORMAL DISTRIBUTION

## محاسبه عدم قطعیت به روش A

در محاسبه عدم قطعیت به روش A از فرمول‌های زیر استفاده گردد برای M مقدار بدست آمده ($q_i$) از یک فرآیند اندازه‌گیری:

میانگین یا مقدار متوسط

$$\bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{n}$$

واریانس

$$S^2(q) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (q_i - \bar{q})^2}{n-1}$$

واریانس تجربی میانگین

$$S^2(\bar{q}) = \frac{S^2(q)}{n}$$

سعی شود در این روش تعداد آزمایش بیشتر از ۱۰ باشد



## کار گروهی-۱

مقادیر زیر در ۱۰ بار اندازه‌گیری کمیت Q بدست آمده است.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.56 | 3.46 | 3.48 | 3.50 | 3.42 | 3.43 | 3.52 | 3.49 | 3.44 | 3.50 |

شاخص‌های زیر را بدست آورید:

الف $\bar{q}, S(q), S^2(\bar{q}), R$

ب- مشخص کنید که $S^2(q)$ با چه سطح اطمینانی بدست آمده است؟

ج- اگر مقدار مرجع ۳.۵۵ باشد گرایش را محاسبه نمائید.

## محاسبه عدم قطعیت به روش B

در این روش عدم قطعیت بر اساس روشی
غیر از روش‌های آماری محاسبه می‌گردد.



## محاسبه عدم قطعیت به روش B

حداقل عوامل موثر زیر می‌تواند در این نوع روش محاسبه عدم قطعیت در نظر گرفته شود:

1. داده‌های بدست آمده از اندازه‌گیری قبلی
2. تجربه و یا دانش کلی از رفتار و خصوصیات مواد و وسایل بکار گرفته شده
3. مشخصات کارخانه سازنده
4. داده‌های موجود در گواهینامه‌های کالیبراسیون و غیره
5. عدم قطعیت‌های دستگاه‌ها و یا مواد مرجع که از کتاب فنی آنها بدست می‌آید.
6. و ...

# انواع توزیع های احتمال

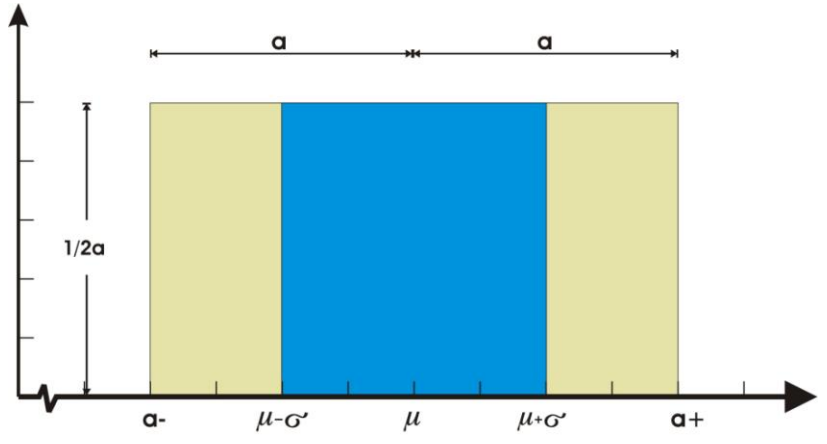


## توزیع مستطیلی( Rectangular Distribution)

مولفه‌های روش نوع B به عنوان مثال می‌توانند:

وقتی ویژگی یک دستگاه اندازه‌گیری بصورت تولراس a± بدون سطح اطمینان مشخص داده شده باشد. چون احتمال تمامی مقادیر در این فاصله یکسان است پس توزیع آن یک توزیع مستطیلی است.

## توزیع مستطیلی (Rectangular Distribution)




RECTANGULAR DISTRIBUTION

## توزیع مستطیلی( Rectangular Distribution)

انحراف معیار استاندارد توزیع مستطیلی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$U_S = \pm a/\sqrt{3}$$

$$k = \sqrt{3}$$

## مثال ۱

تلرانس یک ولتمتر که بعنوان دستگاه استاندارد برای اندازه گیری استفاده می شود ، طبق نظر کارخانه سازنده معادل (0.3% Rdg+ 0.001 V) ± تعریف شده است:

عدم قطعیت استاندارد این ولتمتر را در نشاندهی 10V محاسبه نمایید :

## جواب

مولفه عدم قطعیت استاندارد دستگاه ولتمتردر 10V برابر خواهد بودبا :

$\pm[(0.3\%\times 10)+0.001)]=\pm 0.031V\rightarrow$

$Us=0.031/\sqrt{3}=0.018\ V$

## مثال۲

ماکزیمم خطای مجاز یک نیروسنج استاندارد که برای کالیبراسیون نیروسنج استفاده می شود با گستره 0~200kgf معادل 0.2% FS ± می باشد. عدم قطعیت استاندارد این مولفه در نشاندهی نیروی 50kgf چقدر می باشد؟

جواب : ماکزیمم خطای مجاز این نیروسنج در کل گستره ثابت و معادل 0.2%×200=±0.4kgf می باشد .پس:

Us= 0.4/√3 ~= ± 0.23kgf

## مثال۳

یک پیمانه حجم استاندارد ۱۰ میلی‌لیتری کلاس A به مقدار 0.2± میلی‌لیتر تأیید شده است عدم قطعیت استاندارد آن چند است.

$$Us = \pm\frac{0.2}{\sqrt{3}} = \pm 0.12ml$$

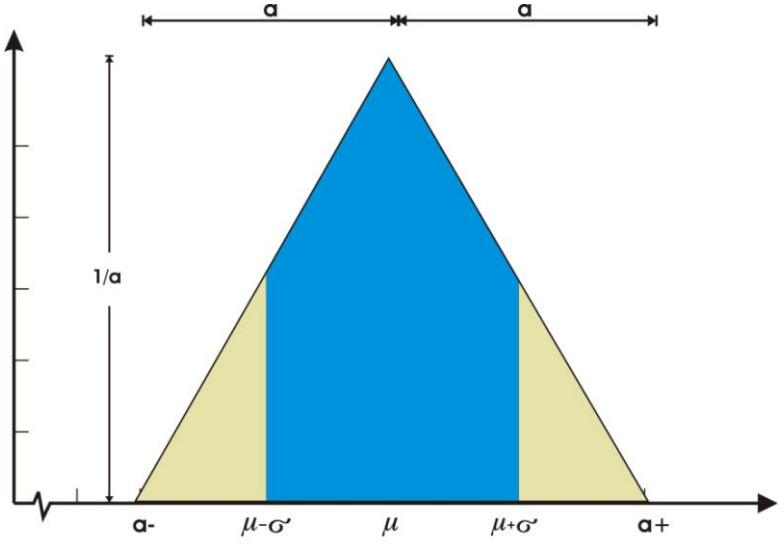
$$K = \sqrt{3}$$

## توزیع مثلثی (Triangular Distribution)

اگر ویژگی وسیله اندازه‌گیری بصورت تولرانس a± بدون ذکر سطح اطمینان بیان شده ولی در عمل دلایلی وجود دارد که مقادیر بدست آمده در اطراف میانگین پخش شده باشند این وسیله دارای توزیع مثلثی است.



## توزیع مثلثی (Triangular Distribution)




TRIANGLE DISTRIBUTION

## توزیع مثلثی (Triangular Distribution)

انحراف معیار استاندارد توزیع مثلثی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$U_S = \pm a/\sqrt{6}$$

$$K = \sqrt{6}$$

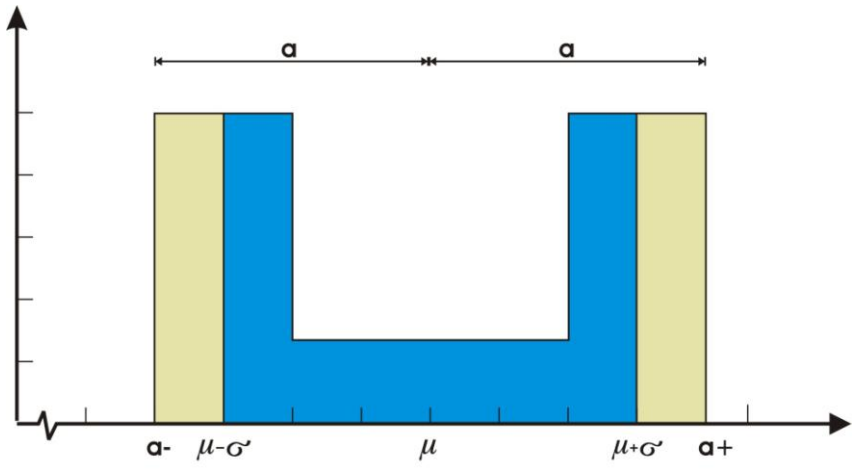


## مثال

یک پیمانه حجم استاندارد 10 میلی‌لیتری کلاس A به مقدار ±0.2 میلی‌لیتر گواهی شده است. بازرسی‌های معمولی نشان می‌دهند که مقادیر پراکنده نبوده و بیشترین آنها حول مرکز قرار دارند. عدم قطعیت استاندارد آنرا محاسبه نمائید.

$$U_S = \pm 0.2/\sqrt{6} = \pm 0.08ml$$

## توزیع U (Udistribution)




U DISTRIBUTION

## توزیع U (Udistribution)

انحراف معیار توزیع U زرابطه زیر بدست میآید:

$$U_S = \pm a/\sqrt{2}$$

$$K = \sqrt{2}$$

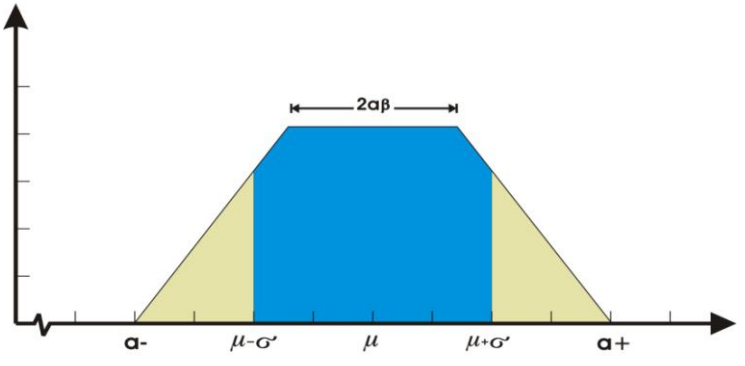
## نکته

اگر نوع منحنی توزیع مشخص نباشد همواره از منحنی مستطیل شکل استفاده می‌کنیم. و این بدترین حالت است (Worst Case)



## توزیع ذوزنقه‌ای Trapezoidal Distribution

اگر احتمال وجود آزمون‌ها در مجاور حدود تولرانسی وسیله اندازه‌گیری کمتر شود در اینصورت توزیع احتمال شکل ذوزنقه‌ای بخود خواهد گرفت.




TRAPEZOIDAL DISTRIBUTION

## توزیع ذوزنقه‌ای Trapezoidal Distribution

$$0 \le \beta \le 1$$

$if \beta \to 1 \Rightarrow$ توزیع مستطیلی

$if \beta \to 0 \Rightarrow$ توزیع مثلثی

$$U^2(X_i) = a^2(1+\beta^2)/6$$

$$U(X_i) = a\sqrt{\left(\frac{1+\beta^2}{6}\right)}$$



## یک تمرین جالب

**با توجه به اطلاعات زیر توزیع احتمال مربوطه را رسم کرده وعدم قطعیت استاندارد آنرا محاسبه کنید:**

**فراوانی اعداد بین 99.95 و 100.05 یکنواخت بوده و قرائت های اعداد بیشتر از 100.05 بطور خطی کاهش یافته و همچنین قرائت های اعداد کمتر از 99.95 نیز بطور خطی کاهش پیدا میکند.قرائت اعداد کمتر از 99.90 و اعداد بیشتر از 100.10 اصلا گزارش نشده است .**

## (The Resolution of a Digital Indication)

اگر قدرت تفکیک (Resolution) یک وسیله اندازه‌گیری Rx باشد مقدار اندازه‌گیری شده باحتمال مساوی می‌تواند در محدوده $X+Rx/2$ و $X-Rx/2$ باشد. که دارای یک توزیع احتمال مستطیلی است. بنابراین عدم قطعیت استاندارد آن برابراست با:

$$U_S = \frac{Rx/2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} Rx = \pm 0.29 Rx$$



## مثال ۱

مثال : تفکیک پذیری یک کولیس معادل 0.02 inch می باشد. عدم قطعیت استاندارد این مولفه در نقطه 5 in را محاسبه نمایید.

جواب : تفکیک پذیری در کل گستره کولیس ثابت است. عدم قطعیت استاندارد این مولفه با توجه به قواعد گرد کردن قرائت نشاندهی ، برابر با :

Us=(0.02/2) /√3=0.0057~= ± 0.006 inch

## مثال۲

**کوچکترین عددی را که یک ترازوی دیجیتالی دقیق می‌تواند نشان دهد برابر با ۲۰ مایکروگرم است. عدم قطعیت استاندارد آنرا محاسبه کنید.**

$$U_S = 0.29 \times 20 = 5.8 \approx \pm 6$$ مایکرو گرم



## خطای (Hysteresis)

**۴- اگر وسیله اندازه‌گیری دارای خطای پسماند باشد (مانند ترازو و فشار سنج) و مقدار آن برابر با Hx باشد، انحراف معیار استاندارد مربوط به آن با همان استدلال قبلی بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود.**

$$U_S = \pm 0.29 Hx$$

## مثال

**در صورتی که داده های ناشی از آزمایش فشارسنجی در یک نقطه فشاری، مقدار نشاندهی فشارسنج در رفت را 100 bar و مقدار نشاندهی در برگشت را 97 bar داده باشد، بازه تغییرات را محاسبه نمایید و تغییرات تاثیرگذار بر نتایج اندازه گیری را بدست آورید.**

**همانطور که دیده میشود، نشاندهی فشاراز 100~97 bar تغییر می کند . مقداراین اختلاف برای کاربرد مولفه عدم قطعیت باید بر عدد2 تقسیم شود.**

$$100-97=3 \;\&\; \delta p = 3/2 = \pm 1.5 bar$$

**عدم قطعیت استاندارد مربوط به خطای(Hysteresis)برابراست با:**

$$U_S = \pm 1.5 bar \div \sqrt{3} = \pm 0.86$$

## نکته

**اگر عدم قطعیت یک وسیله که از روی مشخصات کارخانه سازنده، گواهینامه کالیبراسیون و یا کاتالوگ با ضریب همپوشانی (K) بدست آمده باشد در این صورت انحراف معیار استاندارد آن از فرمول زیر محاسبه می‌گردد.**

$$U_S = \pm Ue/k$$

## مثال

درگواهی کالیبراسیون یک وزنه فولادی به مقدار اسمی ۱ کیلوگرم ، عدم قطعیت با ضریب K=3 به مقدار ۲۴۰± مایکروگرم گزارش شده است عدم قطعیت استاندارد آنرا محاسبه کنید.

$$U_S = \frac{240}{3} = \pm 80\,\mu gr$$



## نکته

اگر عدم قطعیت یک وسیله اندازه‌گیری بصورت درصد اطمینان (۹۰-۹۵-۹۹) گزارش شده باشد در اینصورت برای محاسبه عدم قطعیت استاندارد باید عدم قطعیت گزارش شده را به ضریب همپوشانی معادل آنها تقسیم نمود.

$$U_S = \frac{\text{عدم قطعیت}}{\text{K معادل درصد اطمینان}}$$

## مثال

**در گواهینامه کالیبراسیون یک مقاومت استاندارد عدم قطعیت بصورت زیر گزارش شده است.**

$$R_{(99)} = 10.000 \pm 129 \mu\Omega$$

**انحراف معیار استاندارد این مقاومت را محاسبه کنید:**

$$S = \frac{129}{2.58} \approx \pm 50 \mu\Omega$$



## محاسبه عدم قطعیت استاندارد ترکیبی

## Determining Combined Standard Uncertainty

## نکته

عدم قطعیت استاندارد ترکیبی با ترکیب مناسب عدم قطعیت‌های استاندارد حاصل از ارزیابی نوع A و یا نوع B بدست می‌آید. و آنرا بصورت زیر نمایش می‌دهند.

$$U_C(Y)$$



## نکته

مواردی را که باید هنگام محاسبه عدم قطعیت استاندارد ترکیبی رعایت نمود.

- تمام مولفه‌ها عدم قطعیت در ابتدا باید بصورت عدم قطعیت استاندارد باشند (به انواع توزیع احتمال مراجعه شود)

## Combined Standard Uncertainty (Uncorrelated input quantities)

اگر $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ و $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ کاملاً مستقل از هم باشند در اینصورت واریانس تابع y بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$U_c^2(y) = C_1^2 Us^2(X_1) + C_2^2 Us^2(X_2) + \ldots + C_n^2 Us^2(X_n)$$

$$U_c^2(y) = \sum_{i=1}^{n} C_i^2 Us^2(X_i)$$



## Combined Standard Uncertainty (Uncorrelated Input Quantities)

ضریب حساسیت

$$C_i = \frac{\partial f}{\partial X_i}$$ **Sensitivity Coefficient**

عدم قطعیت استاندارد با جذر واریانس بدست خواهد آمد یعنی

$$Uc(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} C_i^2 Us^2(X_i)}$$

## مثال

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{V^2}{R_0(1+\alpha(t-t_0))} \Rightarrow P = f(V, R_0, \alpha, t)$$

$$C_1 = \frac{\partial P}{\partial V} = \frac{2V}{R_0(1+\alpha(t-t_0))} = \frac{2P}{V}$$

$$C_2 = \frac{\partial P}{\partial R_0} = \frac{-V^2}{R_0^2(1+\alpha(t-t_0))} = \frac{-P}{R_0}$$

$$C_3 = \frac{\partial P}{\partial \alpha} = \frac{-V^2(t-t_0)}{R_0[1+\alpha(t-t_0)]^2} = \frac{-P(t-t_0)}{[1+\alpha(t-t_0)]}$$

$$C_4 = \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{-V_\alpha^2}{R_0(1+\alpha(t-t_0))^2} = \frac{-P\alpha}{[1+\alpha(t-t_0)]}$$



## مثال ۱

**طبق قانون الکتریکی اگر یک مدار الکتریکی دارای سه شاخه موازی باشد در اینصورت $I_T=I_1+I_2+I_3$ اگر عدم قطعیت هر یک از شاخه‌ها به ترتیب ۳٪، ۴٪ و ۵٪ باشد، عدم قطعیت کل برابر خواهد شد با:**

$$U_c(y) = \sqrt{(\%3)^2 + (\%4)^2 + (\%5)^2} = 0.07$$

## مثال۲

**میکرومتری با عدم قطعیت استاندارد 0.01 میلی‌متر برای محاسبه حجم یک مکعب بکار می‌رود. اگر بعد این مکعب ۱۰ میلی متر باشد حساب کنید حجم مکعب با سطح اطمینان ۹۵ در صد درچه محدوده‌ای خواهد بود.**

$$V = a^3$$

$$C = \frac{\partial f}{\partial a} = 3a^2$$

$$U_c(V) = C \times U(a) = 3a^2 \times 0.01 = 3 \times 10^2 \times 0.01 = 3mm$$

$$U_c(V) = \pm 3mm^3$$

**$997mm^3$ < حجم مکعب < $1003mm^3$**



## Combined Standard Uncertainty (Correlated Input Quantities)

**اگر متغیرها مستقل از هم نبوده و دارای همبستگی باشند در اینصورت عدم قطعیت ترکیبی برابر خواهد بود با:**

$$U_C^2(u) = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|^2 Us^2(X_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} U(X_i, X_j)$$

## مثال ۱

اگر $y=(p-q+r)$ باشد و

$$P=5.02, U(P)=0.13$$
$$q=6.45, U(q)=0.05$$
$$r=9.04, U(r)=0.22$$
$$y=5.02-6.45+9.04=7.61$$
$$U(y)=\sqrt{0.13^2+0.05^2+0.22^2}=0.26$$



## مثال ۲

در یک کالیبراسیون نیرو- Force، سهم عدم قطعیت به صورت زیر جمع آوری و محاسبه شده اند، عدم قطعیت مرکب را بدست آورید:

۱- عدم قطعیت حاصل از تکرارپذیری ازمایش : $U_{rep}=0.3$ kgf

۲- عدم قطعیت ناشی از تجهیز استاندارد : $U_{std}=0.01$ kgf

۳- عدم قطعیت ناشی از تفکیک پذیری نمونه مورد کالیبراسیون:

$U_{res}=0.029$ kgf

## جواب

Then :

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} u_i^2}$$

$$u = \sqrt{(0.3)^2 + (0.01)^2 + (0.029)^2} = 0.3 kgf$$

## محاسبه عدم قطعیت گسترش یافته

## Determining Expanded Uncertainty

## محاسبه عدم قطعیت گسترش یافته

اگر چه عدم قطعیت استاندارد ترکیبی با سطوح اطمینان خاصی (۶۸/۳) در صنایع مختلف بکار برده می‌شود ولی غالباً عدم قطعیت را با سطح اطمینان بیشتری محاسبه می‌نمایند که به آن عدم قطعیت گسترش یافته می‌نامند و آنرا با Ue نمایش می‌دهند و برابر است با

$$Ue=KU_C(y)$$

ضریب همپوشانی K=Covering Factor



## محاسبه عدم قطعیت گسترش یافته

انتخاب ضریب همپوشانی K می‌توانند بر اساس موارد زیر تعیین گردد:

- سطح اطمینان مورد نیاز مشتری و یا استاندارد محصول
- الزامات خاص آئین‌نامه‌ای- بهداشت و ایمنی
- الزام ساپکو در SPC و یا MSA
- تکنیک‌های مختلف کنترل فرآیند آماری (6σ)
- اطلاعات مربوط به تابع توزیع احتمال
- تعداد دفعات تکرار آزمایش

## محاسبه عدم قطعیت گسترش یافته

در اکثر موارد اگر تابع توزیع احتمال یک تابع نرمال باشد (بویژه در کالیبراسیون) K=2 انتخاب می‌شود که تقریباً معادل سطح اطمینان ۹۵ درصد می‌باشد.



## محاسبه عدم قطعیت گسترش یافته

در مواقعی که تعداد دفعات آزمایش کمتر از ۶ باشد ضریب همپوشانی از جدول آماری t دانشجو (Student; T) در بیشترموارد با سطح اطمینان ۹۵٪ انتخاب می‌شود.

# Student, t for 95% confidence (2tailed)

**Decrees Of freedom**

| V | T |
|---|---|
| 1 | 12/7 |
| 2 | 4/3 |
| 3 | 3/2 |
| 4 | 2/8 |
| 5 | 2/6 |
| 6 | 2/5 |



## Appendix A. Student's *t*-Distribution

Value of $t_p(\nu)$ from the t-distribution for degrees of freedom $\nu$ that defines an interval $-t_p(\nu)$ to $+t_p(\nu)$ that encompasses the fraction p of the distribution.

| Degrees of freedom ν | Fraction p in percent | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 68.27[a] | 90.00 | 95.00 | 95.45[a] | 99.00 | 99.73[a] |
| 1 | 1.84 | 6.31 | 12.71 | 13.97 | 63.66 | 235.8 |
| 2 | 1.32 | 2.92 | 4.30 | 4.53 | 9.92 | 19.21 |
| 3 | 1.20 | 2.35 | 3.18 | 3.31 | 5.84 | 9.22 |
| 4 | 1.14 | 2.13 | 2.78 | 2.87 | 4.60 | 6.62 |
| 5 | 1.11 | 2.02 | 2.57 | 2.65 | 4.03 | 5.51 |
| 6 | 1.09 | 1.94 | 2.45 | 2.52 | 3.71 | 4.90 |
| 7 | 1.08 | 1.89 | 2.36 | 2.43 | 3.50 | 4.53 |
| 8 | 1.07 | 1.86 | 2.31 | 2.37 | 3.36 | 4.28 |
| 9 | 1.06 | 1.83 | 2.26 | 2.32 | 3.25 | 4.09 |
| 10 | 1.05 | 1.81 | 2.23 | 2.28 | 3.17 | 3.96 |
| 11 | 1.05 | 1.80 | 2.20 | 2.25 | 3.11 | 3.85 |
| 12 | 1.04 | 1.78 | 2.18 | 2.23 | 3.05 | 3.76 |
| 13 | 1.04 | 1.77 | 2.16 | 2.21 | 3.01 | 3.69 |
| 14 | 1.04 | 1.76 | 2.14 | 2.20 | 2.98 | 3.64 |
| 15 | 1.03 | 1.75 | 2.13 | 2.18 | 2.95 | 3.59 |
| 16 | 1.03 | 1.75 | 2.12 | 2.17 | 2.92 | 3.54 |
| 17 | 1.03 | 1.74 | 2.11 | 2.16 | 2.90 | 3.51 |
| 18 | 1.03 | 1.73 | 2.10 | 2.15 | 2.88 | 3.48 |
| 19 | 1.03 | 1.73 | 2.09 | 2.14 | 2.86 | 3.45 |
| 20 | 1.03 | 1.72 | 2.09 | 2.13 | 2.85 | 3.42 |
| 25 | 1.02 | 1.71 | 2.06 | 2.11 | 2.79 | 3.33 |
| 30 | 1.02 | 1.70 | 2.04 | 2.09 | 2.75 | 3.27 |
| 35 | 1.01 | 1.70 | 2.03 | 2.07 | 2.72 | 3.23 |
| 40 | 1.01 | 1.68 | 2.02 | 2.06 | 2.70 | 3.20 |
| 45 | 1.01 | 1.68 | 2.01 | 2.06 | 2.69 | 3.18 |
| 50 | 1.01 | 1.68 | 2.01 | 2.05 | 2.68 | 3.16 |
| 100 | 1.005 | 1.660 | 1.984 | 2.025 | 2.626 | 3.077 |
| ∞ | 1.000 | 1.645 | 1.960 | 2.000 | 2.576 | 3.000 |

[a]For a quantity z described by a normal distribution with expectation $\mu_z$ and standard deviation $\sigma$, the interval $\mu_z \pm k\sigma$ encompasses p = 68.27, 95.45, and 99.73 percent of the distribution for k = 1, 2, and 3 respectively.

# گزارش‌دهی عدم قطعیت

## Reporting Uncertainty



# گزارش دهی

در یک گزارش‌دهی حداقل موارد زیر باید در نظر گرفته شود

- متد محاسبه نتایج اندازه‌گیری و عدم قطعیت بدست آمده از مشاهدات و داده‌ها باید کاملاً بطور وضوح و شفاف شرح داده شود
- فهرست کامل مولفه‌های عدم قطعیت و چگونگی تخمین آنها باید ذکر گردد
- تجزیه و تحلیل داده‌ها باید طوری گزارش گردد که مراحل مهم آن بتواند براحتی تکرار شده و نتایج گزارش شده دوباره بطور مستقل تکرار شود.

## گزارش دهی

- تمامی تصحیحات و مقادیر ثابت با منابع آنها که در تجزیه و تحلیل استفاده شده باید ارایه شود.
- روش‌های محاسبه باید طوری گزارش گردد که با دادن داده‌های جدید بتوان عدم قطعیت را محاسبه نمود.



## گزارش دهی

بنابراین نتیجه یک اندازه‌گیری بصورت:

$$Y = y \pm u$$

$$y - u \le Y \le y + u$$

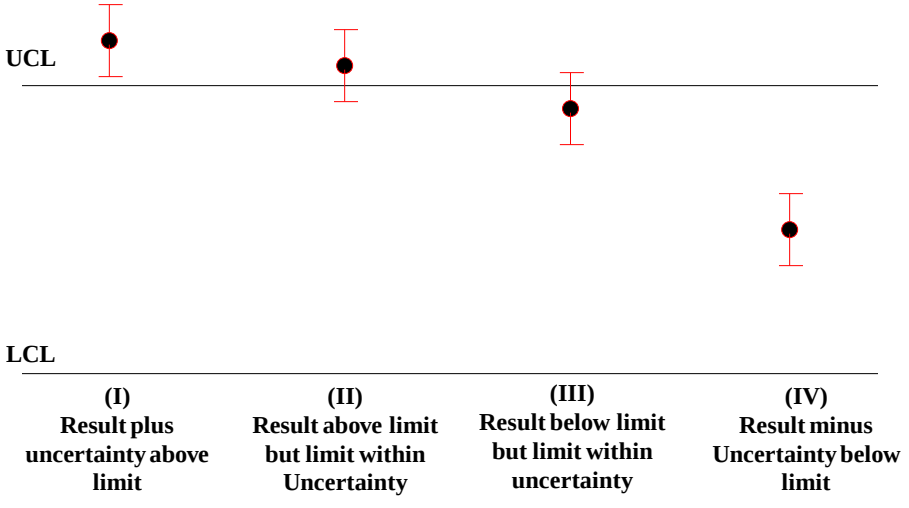
نمایش داده می‌شود

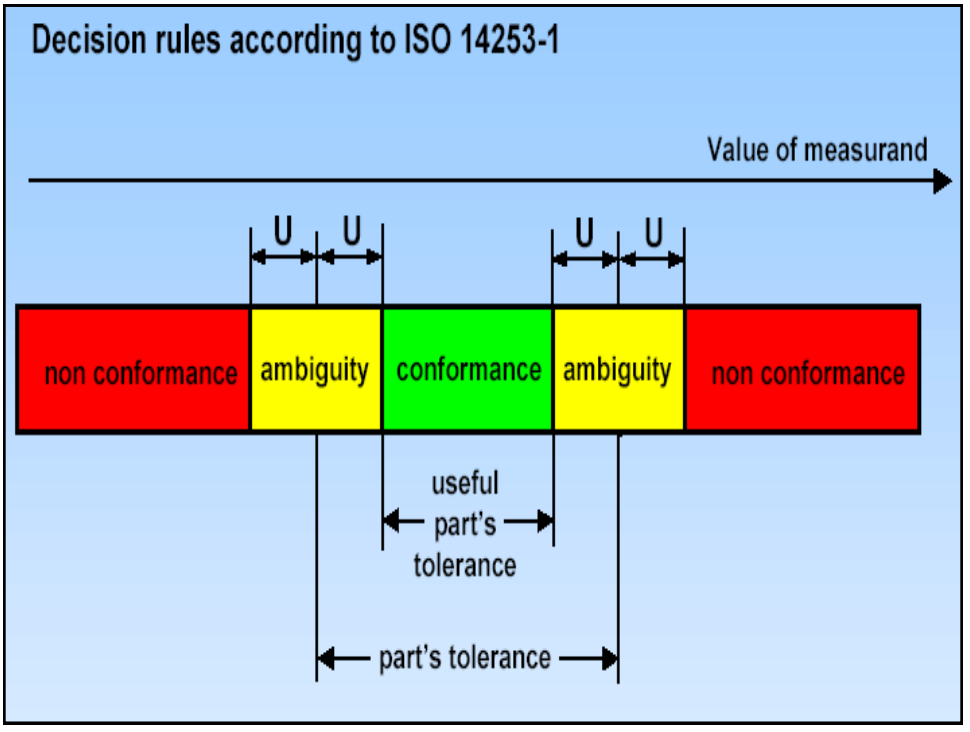
## انطباق با حدود تعیین شده Compliance against limited

غالباً عدم قطعیت محاسبه شده باید بر اساس الزام مشتری، استاندارد و یا قانون یا حدود و یا مرز مشخص مقایسه گردد (مانند وجود سموم در مواد غذایی که باید در یک محدوده مشخص باشد). به عبارت دیگر عدم قطعیت محاسبه شده می‌تواند ملاک پذیرش و یا ردی مواد در آزمون‌های تحلیلی باشد.



## انطباق با حدود تعیین شده Compliance against limited






# Quantifying uncertainty in analytical measurement

## کمی کردن عدم قطعیت در فرآیند اندازه گیری

## EURACHEM/ CITAC GUIDE

## Second Edition

Slide No.138/ 261

## نکته

- حداقل عوامل موثر زير مي تواند در محاسبه عدم قطعيت در نظر گرفته شود.

- 1- داده هاي بدست آمده از اندازه گيري هاي قبلي
- 2- مشخصات اندازه شناختی تجهیز مانند تفکیک پذیری تجهیز و....
- 3- تلرانس اعلام شده توسط کارخانه سازنده
- 5-عدم قطعيت هاي ناشی از کالیبراسیون یا آزمون دستگاهها / مواد مرجع که از کتابچه فني آنها بدست مي آيد و...
- 6- داده های حاصل از آزمایش با تجهیزکه خطاهای غیر قابل تصحیح را ارائه می دهد (تختی سطوح میکرومتر ، هیستریزس، ناپایداری کوره دمایی و..)

## مولفه‌های عدم قطعیت در تجزیه و تحلیل مو ا د

- نمونه‌گیری (Sampling)
- شرایط نگهداری (Storage Condition)
- اثر تجهیزات اندازه‌گیری (Instrument Effects)
- درجه خلوص Regents (Reagent Purity)
- شرایط اندازه‌گیری (Measurement Condition)

## مولفه‌های عدم قطعیت در تجزیه و تحلیل مواد

- تأثیر نمونه (Sample effect)
- تأثیر محاسبات (Computational effects)
- تصحیح زمینه (Blank Correction)
- تأثیرات تصادفی (Random effects)



## بودجه عدم قطعیت

| سهم عدم قطعیت | عدم قطعیت استاندارد | ضریب حساسیت | توزیع احتمال | تبدیل به ± | مقدار تاثیر بر روی نمونه | مقدار | سمبل | نام منبع خطا |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

## کار گروهی

**در یک مانومترجیوه ای، اگر مانومتر در دمای $20^0C$ ، فشار 500 mmHg را بخواند، بودجه عدم قطعیت مربوطه را در تغییرات دمای محیطی $\pm 2^0C$ را کامل کنید.**

## جواب

- **این تغییر دما روی خط کش نشاندهنده ، تغییراتی معادل زیر می سازد.**

$$\Delta t = \pm 2^0 C$$

$$\delta l = \pm L.\alpha.\Delta t = \pm 500mm \times 11.5 \times 10^{-6} / oC \times 2^0 C = \pm 0.02mm$$

- **عدم قطعیت استاندارد این مولفه طبق موارد گفته شده معادل خواهد بود با:**

$$S.U. = 0.02/\sqrt{3} = \pm 0.012\,mm$$

## ادامه

- ولی همانطور که دیده می شود، این مقدار بر حسب میلیمتر بیان شده است ولی واحد فشار در مانومترها **mmHg** می باشد.
- در اینجا برای تبدیل این مقدار خطا به واحد فشار از معادله فشار در مانومترها کمک می گیریم:

$$P = \rho g h$$

$$c_i = \frac{\partial P}{\partial h}$$

$$c_i = \rho g =$$

$$(\textit{for example}) = 0.7 * 9.89665 = 6.92$$

## جدول بودجه عدم قطعیت

| نام منبع خطا | سمبل | مقدار | مقدار تاثیر بر روی نمونه | توزیع احتمال | عدم قطعیت استاندارد | ضریب حساسیت Ci | سهم عدم قطعیت Ui |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| temp. | $\Delta pt$ | 2 | 0.02 | Rec. | 0.012 | 6.92 | 0.08 |

## یک نکته مهم

- در صورتی که "یکای" عدم قطعیت استاندارد معادل "یکای" کمیت مورد محاسبه باشد،
- ضریب حساسیت معادل ( ۱) در نظر گرفته میشود

## عدم قطعیت نسبی

- مولفه عدم قطعیت نسبی بدون بعد (دیمانسیون) بوده و گاهی بر حسب درصد بیان میشوند.
- مولفه عدم قطعیت نسبی عبارت است از مقدار مولفه عدم قطعیت بر مقدار آن کمیت

$$u_r(x) = \frac{u(x)}{\bar{x}}$$

$$u_r(\%) = \frac{u(x)}{\bar{x}} \times 100$$

## نکته

if $y = x_1^{p_1} x_2^{p_2} \cdots x_n^{p_n}$

then

$$\frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (p_i \frac{u_s(x_i)}{x_i})^2}$$

$$\frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{(p_1 \frac{u_s(x_1)}{x_1})^2 + (p_2 \frac{u_s(x_2)}{x_2})^2 + \cdots + (p_n \frac{u_s(x_n)}{x_n})^2}$$

## مثال

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$U_c(P) = P\sqrt{(\frac{2U_S(V)}{V})^2 + (\frac{U_S(R)}{R})^2}$$

# مثال

عدم قطعیت فرآیند ساخت یک محلول استاندارد کادیم (Cd) رقیق شده در اسید نیتریک (HNO3) را که برای اسپکتروسکپی جذب اتمی (Atomic Absorption Spectroscopy) و یا (AAS) بکار می‌رود محاسبه نمایید.

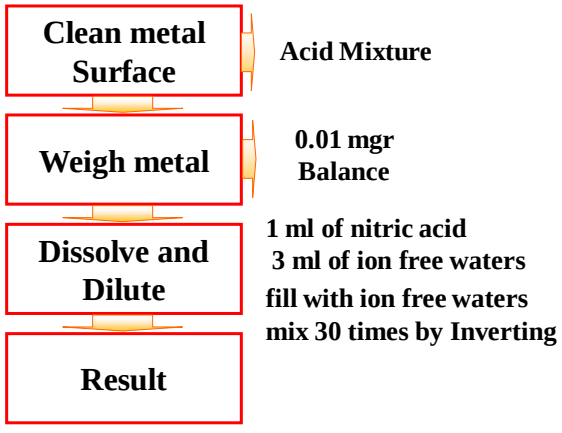
مراحل ساخت به ترتیب عبارتند از:



# بقیه مثال

1- روش اجرایی:

Standard Operating Procedure (S.O.P)



## بقیه مثال

**۲- محاسبات (Calculation)**

$$Ccd = \frac{1000.m.p}{V} \text{ mg/liter}$$

**m=Mass of the high purity metal**

**p=Purity of the metal as mass fraction**

**v=Volume of the liquid of the calibration standard (ml)**

**Ccd=concentration of the calibration std**



## بقیه مثال

**۳-مشخص نمودن منابع عدم قطعیت و تحلیل آنها:**

**A- درجه خلوص (Purity):**

**Quoted in Suppliers certificate**
**As:99.99±0.01%**

**B- جرم (Mass)**

**The relevant mass of Cd is determined by a tarred weighing, giving= 0.10028 gr**

| | |
|---|---|
| **Uncertainty** | **1- Readability (Digital Resolution)** |
| | **2- Repeatability** |
| | **3- Sensitivity of balance** |
| | **4- Buoyancy** |
| | **5- local gravity** |

## بقیه مثال

**C- حجم (Volume)**

**Volumetric flask uncertainty:**

**1- Certified internal volume**

**2- variation when filling**

**3- temperature difference**



## بقیه مثال

**۳- کمی کردن مولفه‌های عدم قطعیت**

**A- درجه خلوص (Purity)**

**On the certificate (0.999±0.0001)**

$$U_P = \frac{\pm 0.0001}{\sqrt{3}} = \pm 0.000058 \quad (\text{Rectagular})$$

**B- جرم: Mass (m)**

**Manufacture's recommendation: 0.05 mgr**

## بقیه مثال

**C- حجم Vulum**

**Calibration:**

**Manufactures quotes: 100ml±0.1 ml**

**Measured at temperature of 20C°**

**Standard uncertainty =** $\frac{\pm 0.1ml}{\sqrt{6}} = \pm 0.04ml$

**(triangular)**

**D- تکرارپذیری (Repeatability)**

**Std uncertainty= 0.02ml (n=10)**



## بقیه مثال

**E- دما (Temperature)**

**Lab Temp. varies = ±4°C**

**Calibrated temperature=20 °C**

**Coefficient of volume expansion for water is $2.1\times10^{-4}$/C °**

**Volume variation=±(100 ×4 ×2.1 $\times10^{-4}$)=±0.084ml**

**Std uncertainty=** $\frac{\pm 0.084ml}{\sqrt{3}} = \pm 0.05ml$

## بقيه مثال

**Uncertainty of the volume**

$$U(V) = \sqrt{0.04^2 + 0.02^2 + 0.05^2} = 0.07\text{ml}$$



## بقيه مثال

**Values and uncertainties**

| Description | Value X | U (x) | U (x)/ X |
|---|---|---|---|
| Purity the metal P | 0.9999 | 0.000058 | 0.000058 |
| Mass of the metal m (mg) | 100.28 | 0.05 mg | 0.0005 |
| Volume of the Flask V (ml) | 100.0 | 0.07ml | 0.0007 |

# بقیه مثال

**محاسبه عدم قطعیت استاندارد ترکیبی:**

**با توجه به جدول:**

$$Cd = \frac{1000.m.p}{V}(mg/litter)$$

$$Cd = 1000 \times \frac{100.28 \times 0.9999}{100.0} = 1002.7 mg/litter$$

$$\frac{U_c(C_{cd})}{C_{cd}} = \sqrt{\left(\frac{U(p)}{p}\right)^2 + \left(\frac{U(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{U(V)}{V}\right)^2}$$

$$= \sqrt{0.000058^2 + 0.0005^2 + 0.0007^2}$$

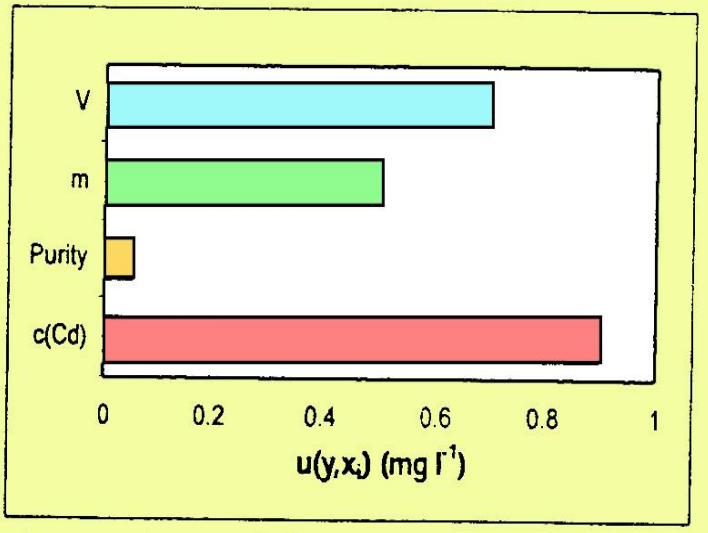
$$= 0.0009$$

$$Uc(Cd) = Ccd \times 0.0009 =$$

$$= 1002.7 mg/litter \times 0.0009 = 0.9 mg/litter$$



Figure A1.5: Uncertainty contributions in cadmium standard preparation




The values of $u(y,x_i)=(\partial y/\partial x_i).u(x_i)$ are taken from Table A1.3

# Common sources and values of uncertainty on analytical Measurement

# منابع و مقادیر عدم قطعیت در اندازه‌گیری تحلیلی

Slide No.163/ 261

| Determination | Uncertainty Components | Cause | Method of determination | Typical values | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Example | Value |
| Mass | Balance calibration uncertainty | Limited accuracy in calibration | Stated on calibration certificate, converted to standard deviation | 4-figure balance | 0.5 mg |
| | Linearity | | i) Experiment, with range of certified weights<br>ii) Manufacturer's specification | | ca. 0.5x last significant digit |
| | Readability | Limited resolution on display or scale | From last significant digit | | 0.5x last significant digit/√3 |
| | Daily drift | Various, including temperature | Standard deviation of long term check weighings. Calculate as RSD if necessary. | | ca. 0.5x last significant digit. |
| | Run to run variation | Various | Standard deviation of successive sample or check weighings | | ca. 0.5x last significant digit. |
| | Density effects (*conventional* basis)[Note 1] | Calibration weight/sample density mismatch causes a difference in the effect of atmospheric buoyancy | Calculated from known or assumed densities and typical atmospheric conditions | Steel, Nickel<br>Aluminium<br>Organic solids<br>Water<br>Hydrocarbons | 1 ppm<br>20 ppm<br>50-100 ppm<br>65 ppm<br>90 ppm |
| | Density effects (*in vacuo* basis)[Note 1] | As above. | Calculate atmospheric buoyancy effect and subtract buoyancy effect on calibration weight. | 100 g water<br>10 g Nickel | +0.1g (effect)<br><1 mg (effect) |

| Determination | Uncertainty Components | Cause | Method of determination | Typical values | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Example | Value |
| Volume (liquid) | Calibration uncertainty | Limited accuracy in calibration | Stated on manufacturer's specification, converted to standard deviation.<br>For ASTM class A glassware of volume V, the limit is approximately $V^{0.6}/200$ | 10 ml (Grade A) | $0.02 / \sqrt{3} =$ 0.01 ml* |
| | Temperature | Temperature variation from the calibration temperature causes a difference in the volume at the standard temperature. | $\Delta T \cdot \alpha/(2\sqrt{3})$ gives the relative standard deviation, where $\Delta T$ is the possible temperature range and $\alpha$ the coefficient of volume expansion of the liquid. $\alpha$ is approximately $2 \times 10^{-4}\ K^{-1}$ for water and $1 \times 10^{-3}\ K^{-1}$ for organic liquids. | 100 ml water | 0.03 ml for operating within 3°C of the stated operating temperature |
| | Run to run variation | Various | Standard deviation of successive check deliveries (found by weighing) | 25 ml pipette | Replicate fill/weigh: s = 0.0092 ml |

| Determination | Uncertainty Components | Cause | Method of determination | Typical values | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Example | Value |
| Reference material concentration | Purity | Impurities reduce the amount of reference material present. Reactive impurities may interfere with the measurement. | Stated on manufacturer's certificate. Reference certificates usually give unqualified limits; these should accordingly be treated as rectangular distributions and divided by $\sqrt{3}$. Note: where the nature of the impurities is not stated, additional allowance or checks may need to be made to establish limits for interference etc. | Reference potassium hydrogen phthalate certified as 99.9 ±0.1% | $0.1/\sqrt{3} =$ 0.06% |
| | Concentration (certified) | Certified uncertainty in reference material concentration. | Stated on manufacturer's certificate. Reference certificates usually give unqualified limits; these should accordingly be treated as rectangular distributions and divided by $\sqrt{3}$. | Cadmium acetate in 4% acetic acid. Certified as (1000±2) mg $l^{-1}$. | $2/\sqrt{3} = 1.2$ mg $l^{-1}$ (0.0012 as RSD)* |
| | Concentration (made up from certified material) | Combination of uncertainties in reference values and intermediate steps | Combine values for prior steps as RSD throughout. | Cadmium acetate after three dilutions from 1000 mg $l^{-1}$ to 0.5 mg $l^{-1}$ | $\sqrt{0.0012^2 + 0.0017^2 + 0.0021^2 + 0.0017^2} = 0.0034$ as RSD |

*Assuming rectangular distribution

| Determination | Uncertainty Components | Cause | Method of determination | Typical values | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Example | Value |
| Absorbance | Instrument calibration<br>Note: this component relates to absorbance reading versus reference absorbance, not to the calibration of concentration against absorbance reading | Limited accuracy in calibration. | Stated on calibration certificate as limits, converted to standard deviation | | |
| | Run to run variation | Various | Standard deviation of replicate determinations, or QA performance. | Mean of 7 absorbance readings with s=1.63 | $1.63/\sqrt{7} = 0.62$ |
| Sampling | Homogeneity | Sub-sampling from inhomogeneous material will not generally represent the bulk exactly.<br>Note: random sampling will generally result in zero bias. It may be necessary to check that sampling is actually random. | i) Standard deviation of separate sub-sample results (if the inhomogeneity is large relative to analytical accuracy).<br>ii) Standard deviation estimated from known or assumed population parameters. | Sampling from bread of assumed two-valued inhomogeneity (See Example A4) | For 15 portions from 72 contaminated and 360 uncontaminated bulk portions: RSD = 0.58 |

| Determination | Uncertainty Components | Cause | Method of determination | Typical values | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Example | Value |
| Extraction recovery | Mean recovery | Extraction is rarely complete and may add or include interferents. | Recovery calculated as percentage recovery from comparable reference material or representative spiking. Uncertainty obtained from standard deviation of mean of recovery experiments.<br>Note: recovery may also be calculated directly from previously measured partition coefficients. | Recovery of pesticide from bread; 42 experiments, mean 90%, s=28% (See Example A4) | $28/\sqrt{42} = 4.3\%$ (0.048 as RSD) |
| | Run to run variation in recovery | Various | Standard deviation of replicate experiments. | Recovery of pesticides from bread from paired replicate data. (See Example A4) | 0.31 as RSD. |

# Estimation of the uncertainty of Dimensional Calibration and Measuring

# تخمین عدم قطعیت در کالیبراسیون و اندازه‌گیری ابعادی



## اندازه‌گیری ابعادی

برخی از منابع عدم قطعیت در اندازه‌گیری ابعادی از قرار زیر است:

1. عدم قطعیت استاندارد مرجع (Master)
2. عدم قطعیت تکرارپذیری (Repeatability)
3. عدم قطعیت خطای زاویه (Cosine error)
4. تغییر شکل الاستیکی (Elastic deformation)
5. خطای مربوط به دمای محیط

Error caused by temperature not being at the standard temperature of 20°C

۶. خطای مربوط به اختلاف دمای وسیله یا دمای مرجع

error caused by the test item being at a different temperature than the master

## اندازه‌گیری ابعادی

۷. خطای مربوط به دماسنج

**Error in the thermometer measuring the room or part temperature**

۸. خطای خط کش

**Scale errors in the measuring instrument**

۹. خطای مربوط به Fixtures ها

**Errors due to fix Turing**

۱۰. خطای مربوط به قطعه

**Imperfect geometry of the part**



## مثال1

« محاسبه عدم قطعیت برای کالیبراسیون یک کولیس 6-0 اینچی»

یک کولیس توسط یک بلوک سنجه در دمای محیط ±5°F کالیره شده و کوچکترین تقسیم‌بندی کولیس برابر 0.0005 اینچ می‌باشد و اختلاف دمای کولیس با بلوک سنجه 1°F گزارش شده است:

A- عدم قطعیت مرجع (بلوک سنجه)

**Tolerance of grade 2 blocks is 16 µ inch**

## مثال1

**B- عدم قطعیت تکرارپذیری با توجه به زیرسنجی کولیس**

**Repeatability Vs. Resolutions**

**Std Deviation= 0.00012 inch (n=10)**

**Resolution std Deviation is** $500/2\sqrt{3} = 144\,\mu inch$

**Resolution > Repeatability**

**⇒Omit Repeatability**



## مثال1

**C- عدم قطعیت مربوط به ضریب انبساط حرارتی:**

**Uncertainty in coefficient of thermal Expansion**

**$\triangle L = L \times \triangle T \times \triangle \alpha$**

**△L=Error in Length**

**L=Nominal Length**

**△T=Deviation From 20°C**

**△α=Difference Between the coefficient**

**△L=(6in) (5.0°F) (0.9×10$^{-6}$/ °F) ≈27 μ inch**

**D- عدم قطعیت مربوط به اختلاف دمای قطعه و مرجع**

**△L=(6in) (1.0°F) (6.5×10$^{-6}$/ °F) ≈ 39 μ inch**

**Table 5. Uncertainty Budget for Calibrating 0 – 6 Digital Caliper.**

| Uncertainty Source | Estimate (μin) | Degrees of Freedom | Type | Distribution | Divisor | Standard Uncertainty (μin) | Variance ($\mu in^2$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Gage Blocks | 16 | ∞ | B | Rectangular | √3 | 9.24 | 85.4 |
| Resolution | 500 | ∞ | B | Rectangular | 2√3 | 144 | 20736 |
| Uncertainty of CTE | 27 | ∞ | B | Rectangular | √3 | 15.6 | 243 |
| Master/part temperature difference | 39 | ∞ | B | Rectangular | √3 | 22.5 | 506 |
| Summation | 21570 | | | | | | |
| Combined standard uncertainty, $u_c$ | 147 | | | | | | |
| Expanded Uncertainty, $U = 2u_c$ | 294 ≈ 300 | | | | | | |

# مثال ۲

**«محاسبه عدم قطعیت یک میکرو متر یک اینچی»**

**یک میکرو متر یک اینچی توسط بلوک سنجه گرید یک در دمای 68°F±1°F کالیبره شده است. میکرو متر و بلوک سنجه بدمای تعادل رسیده‌اند و اختلاف آنها 0.1°F می‌باشد.**

**A- خطای تکرارپذیری:**

**یک اپراتور ماهر خطای تکرارپذیری را به صفر رسانیده است**

**B- خطای مرجع**

$U_{(k=2)}=\pm 4\ \mu$ inch

Slide No.176/ 261

# مثال ۲

**C- خطای ریز سنجی**

**Resolution= 100 μ inch**

$U_{std} = \frac{100}{2\sqrt{3}} = 29\ \mu$ inch

**D- خطای ضریب انبساط حرارتی**

$\triangle L = L \times (68°F - T) \times \triangle \alpha$

$\triangle L = (1\text{ inch})\ (1°F)\ (0.9 \times 10^{-6}/°F) = 0.9\ \mu$ inch

**E- خطای مربوط به اختلاف دمای وسیله با مرجع**

$\triangle L = L \times \triangle T \times \alpha$

$\triangle L = (I\text{ inch})\ (0.1\ °F)\ (6.5 \times 10^{-6}/°F) = 0.6\ \mu$ inch

Slide No.177/ 261

**Table 9. Uncertainty Budget for Calibrating a 0 – 1 Inch Digital Micrometer.**

| Uncertainty Source | Estimate (μin) | Type | Distribution | Divisor | Standard Uncertainty (μin) | Variance ($\mu in^2$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Gage blocks | 4 | B | Normal | 2 | 2 | 4 |
| Resolution | 100 | B | Rectangular | $2\sqrt{3}$ | 29 | 841 |
| Uncertainty of CTE | 0.9 | B | Rectangular | $\sqrt{3}$ | 0.52 | 0.27 |
| Master/part temperature difference | 0.6 | B | Rectangular | $\sqrt{3}$ | 0.35 | 0.12 |

| | |
|---|---|
| Summation | 845 |
| Combined Standard Uncertainty | 29 |
| Expanded Uncertainty (k=1.65) | 48 |

An examination of the uncertainty budget shows that it consists of only one significant source, the resolution, which is a rectangular distribution. In fact, this single contributor is so large compared

## منابع


1.Guide to the Excretion of Uncertainty in Measurement by BIMP, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML(1995)

2. International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology by BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML

3. Statistics for Technology Chatfield C. (1983)

4. Uncertainty, Calibration and Probability, Dietrich, C.F (1991)

5. EAL-R2, Expression of Uncertainty Measurement in Calibration April 1997

6. EAL- R2-S1, Supplement 1 to EAL- R2

7. ISO 3534-1 Statistic- Vocabulary and symbols




## منابع


8. PD 6461 Vocabulary of Metrology

9. Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement ISBN (1995)

10. The Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement UKAS publication M3003

11. Accreditation Standard, UKAS Publication MIO NAMAZ

12. Guide to the Expression of Uncertainty in Testing UKAS publication NIS80

13. Lira, Evaluating the Measurement Uncertainty, institude of physics publishing, Bristol and Philadelphia, 2002

14. Uncertainty of Measurements, ASQ Quality press, 2002

## منابع


15. ILAC-G17, Introducing the Concept of Uncertainty of Measurement in Testing in Association with the application of the standard ISO/ IEC 17025 (2002)
16. A2 LA Guide for the Estimation of the Uncertainty of Dements ional Calibration and Testing Results (2002)
17. EA-10/16 Guidelines of the Estimation of Uncertainty in Hardness Measurements
18. Accuracy (Truness and precision) of Measurement Methods and Results (ISO 5725-1 to 6)




## با آرزوی موفقیت برای همـه شما عزیزان که دراین دوره آموزشـی حضـــور داشتید.